

Ajustement d'une V.A discrète par ajustement

Abdessabour MOUTIK

2020-07-30

Table des matières

Ajustement par une distribution de loi de poisson	3
Ajustement par une distribution de loi binomiale	5
Ajustement par une distribution de loi binomiale négative	6
<i>Conclusion</i> : La distribution la mieux ajustée est celle de la loi binomiale	8

Table des figures

1	Distribution des Nombre de sinistres	3
2	Ajustement par une distrubition $\sim \mathcal{P}(1.79)$	4
3	Ajustement par une distrubition $\sim \mathcal{B}(0.45, 4)$	5
4	Ajustement par une distrubition $\sim \mathcal{NB}(4, 0.69)$	7

La variable aléatoire \mathbf{X} a étudié est le nombre de sinistres. D'abord, nous importons le fichier `nombresinistre30.csv` a notre session R on utilisons la fonction `read.csv` :

```
db.nbrsin <- read.csv2(path)
```

On affecte la deuxième colone de `db.nbrsin` a notre vecteur `x`

```
x <- db.nbrsin[[2]]
```

On a l'espérance et la variance de X sont :

$$\bar{X} = 1.78826086956522 \quad \text{ET} \quad \hat{\sigma}_X^2 = 0.969066134614294$$

On remarque que

$$\bar{X} > \hat{\sigma}_X^2$$

donc la distribution la mieux ajustée peut être celle d'une loi **binomiale**.

J'appelle alors ma fonction `getgoodfit` qui retourne une liste contenant l'*estimation*, les *effectifs théorique*, le *vecteur de probabilité*, le *degré de liberté*, la *p-value*, et l' χ^2 pour les distributions données dans la colonne `distributions` du résultat. Simultanément, cette fonction crée le diagramme à barres des *effectifs observés* et les rootogrammes suspendus pour chaque ajustement.

```
result <- getgoodfit(x, short=FALSE, plots.as.vars = TRUE)
```

```
## [1] "Error occured whilst estimating the size n = NA of the negative binomial distribution."
```

Les distributions utilisées sont :

```
result$distributions
```

```
## [1] "pois" "binom" "nbinom"
```

On trace l'histogramme des nombres de sinistres \mathbf{X} .

```
result$Xplot
```

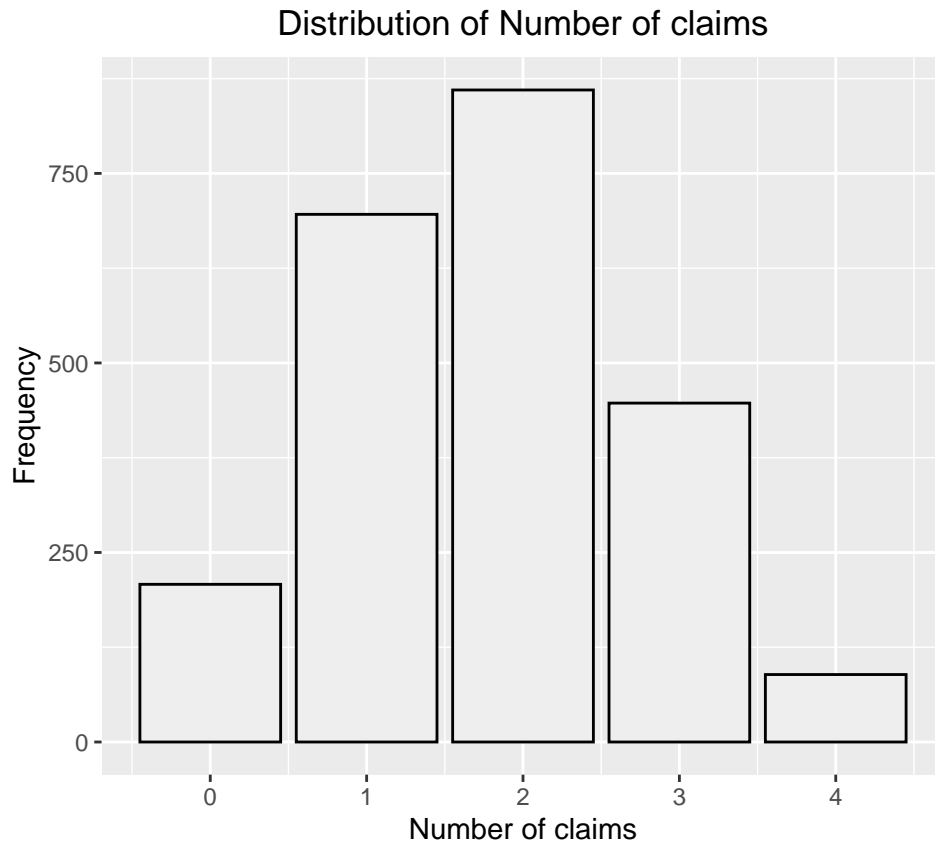


FIGURE 1 – Distribution des Nombre de sinistres

Ajustement par une distribution de loi de poisson

Après avoir utilisé `vcd::goodfit(x, "pois")` pour obtenir la distribution de poisson ajustée dans le corps de notre fonction `getgoodfit`. On retrouvera l'*estimation* suivantes:

```
result$pois$estimate
```

```
## $lambda  
## [1] 1.788261
```

On affiche le rootogramme suspendu :

```
result$pois$plot
```

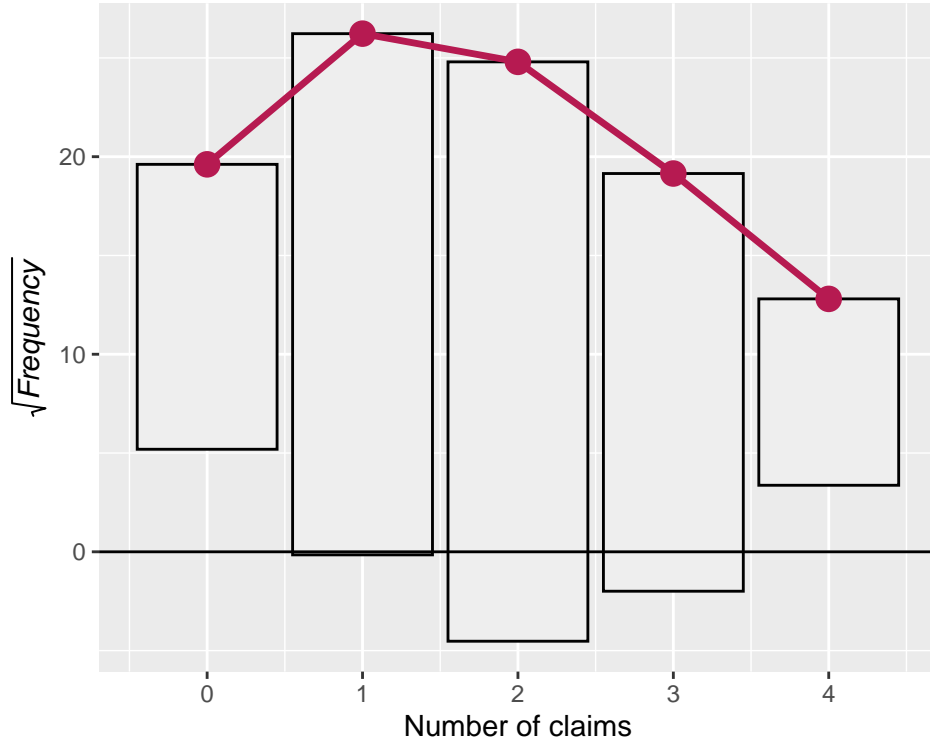


FIGURE 2 – Ajustement par une distribution $\sim \mathcal{P}(1.79)$

On affiche les valeurs de \mathbf{X} , les *effectifs théoriques*, les *effectifs observés* et le *vecteur de probabilité* :

```
result$pois
```

X	Effectif		Probabilité
	Obserevé	Ajusté	
0	208	384.677	0.167
1	696	687.902	0.299
2	860	615.075	0.267
3	447	366.638	0.159
4	89	163.911	0.107

En utilisant le test de $\tilde{\chi}^2_3$ on retrouvera la

$$pvalue = 0$$

et

$$\tilde{\chi}^2 = 296.33091310395$$

Le 95^e centile d'une loi χ^2_3

$$\chi^2_3(95\%) = 7.81472790325118$$

on a donc

$$\tilde{\chi}^2 > \chi^2_3(95\%)$$

et

$$pvalue < 5\%$$

On rejete l'hypthèse Nulle \mathcal{H}_0 . Donc la distribution de loi **de poisson** ne permet pas de modélisé celle de \mathbf{X} .

Ajustement par une distribution de loi binomiale

Après avoir utilisé `vcd::goodfit(x, "binom", size=4)` pour obtenir la distribution binomiale ajustée dans le corps de notre fonction `getgoodfit`. On retrouvera l'estimation suivantes:

```
result$binom$estimate
```

```
## $prob  
## [1] 0.4470652  
##  
## $size  
## [1] 4
```

On affiche le rootogramme suspendu :

```
result$binom$plot
```

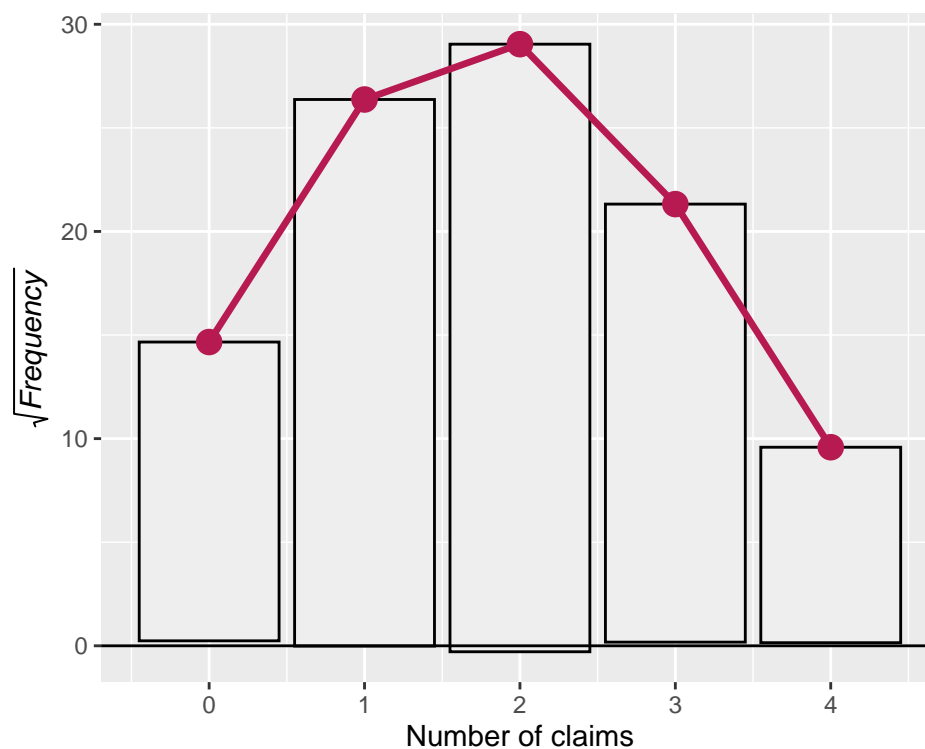


FIGURE 3 – Ajustement par une distribution $\sim \mathcal{B}(0.45, 4)$

On remarque que la distribution binomiale est la mieux ajustée à la distribution de \mathbf{X} .

On affiche les valeurs de \mathbf{X} , les *effectifs théoriques*, les *effectifs observés* et le *vecteur de probabilité* :

```
result$binom
```

X	<i>Effectif</i>		Probabilité
	Obserevé	Ajusté	
0	208	214.993	0.093
1	696	695.313	0.302
2	860	843.274	0.367
3	447	454.542	0.198
4	89	91.878	0.040

En utilisant le test de $\tilde{\chi}^2_2$ on retrouvera la

$$pvalue = 0.678694205378728$$

et

$$\tilde{\chi}^2 = 0.775169226266107$$

Le 95° centile d'une loi χ^2_2

$$\chi^2_2(95\%) = 5.99146454710798$$

on a donc

$$\tilde{\chi}^2 < \chi^2_2(95\%)$$

et

$$pvalue > 5\%$$

On accepte l'hypothèse Nulle \mathcal{H}_0 . Donc la distribution de loi **binomiale** permet de bien modéliser la distribution la valeur aléatoire **X**.

Ajustement par une distribution de loi binomiale négative

Après avoir utilisé `vcd::goodfit(x, "nbinom", size=4)` pour obtenir la distribution binomiale négative ajustée dans le corps de notre fonction `getgoodfit`. On retrouvera l'*estimation* suivantes:

```
result$nbinom$estimate
```

```
## $size
## [1] 4
##
## $prob
## [1] 0.6910539
```

On affiche le rootogramme suspendu :

```
result$nbinom$plot
```

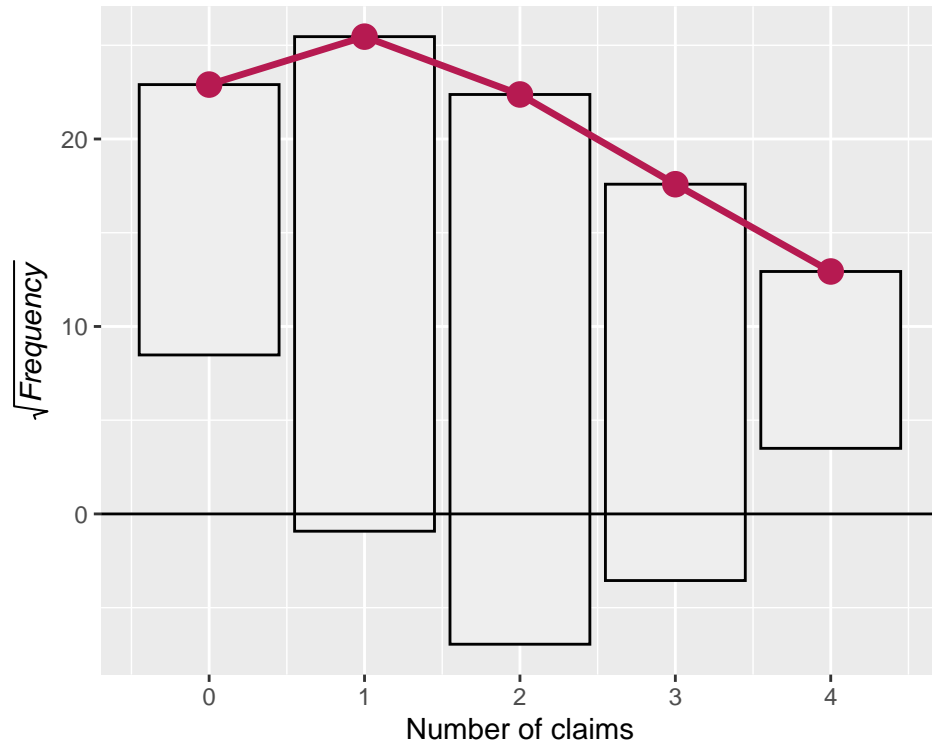


FIGURE 4 – Ajustement par une distribution $\sim \mathcal{NB}(4, 0.69)$

On affiche les valeurs de **X**, les *effectifs théoriques*, les *effectifs observés* et le *vecteur de probabilité* :

```
result$nbinom
```

X	<i>Effectif</i>		Probabilité
	Observé	Ajusté	
0	208	524.536	0.228
1	696	648.214	0.282
2	860	500.658	0.218
3	447	309.353	0.135
4	89	167.253	0.138

En utilisant le test de $\tilde{\chi}_2^2$ on retrouvera la

$$pvalue = 0$$

et

$$\tilde{\chi}^2 = 677.908769377782$$

Le 95^e centile d'une loi χ_2^2

$$\chi_2^2(95\%) = 5.99146454710798$$

on a donc

$$\tilde{\chi}^2 > \chi_2^2(95\%)$$

et

$$pvalue < 5\%$$

On rejete l'hypothèse Nulle \mathcal{H}_0 . Donc la distribution de loi **binomiale négative** ne permet pas de modéliser celle de \mathbf{X} .

Conclusion : La distribution la mieux ajustée est celle de la loi binomiale

On écrit :

$$\mathbf{X} \sim \mathcal{B}(0.45, 4)$$